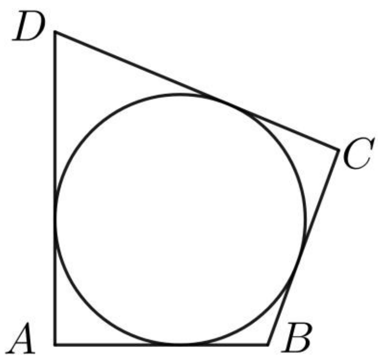
Демонстрационный вариант переводного экзамена по математике

МАОУ ЛМИ

10 класс

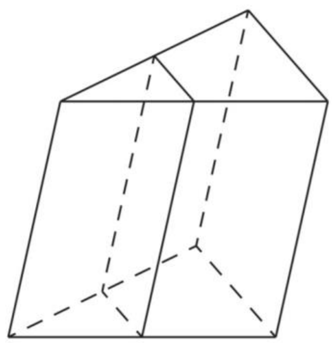
Часть 1

1. Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 7$.
2. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.
3. В четырехугольник $ABCD$ с периметром 54 вписана окружность, $AB = 18$. Найдите сторону DC четырехугольника.



4. Найдите значение выражения $(2^{4,4} \cdot 6^{7,4}) : 12^{6,4}$

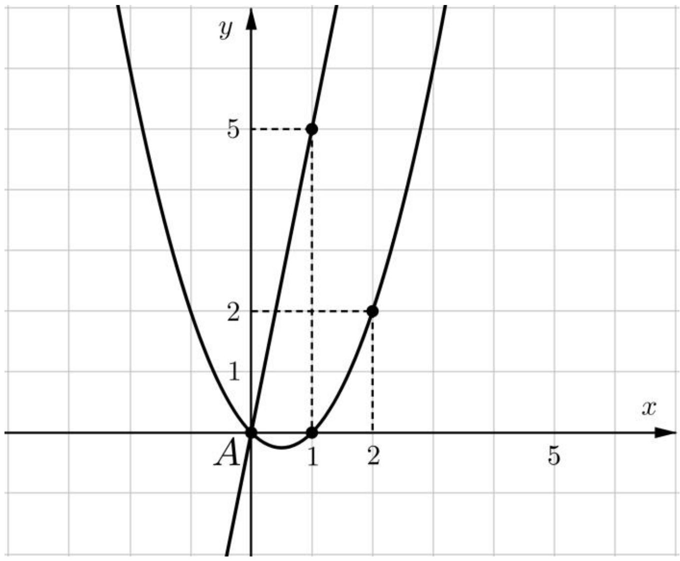
5. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



6. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{общ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

7. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

8. Графики функций $y = kx$ и $y = ax^2 + bx$ пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



9. Биатлонист четыре раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишень, а последние два промахнулся.

Часть 2

10. а) Решите уравнение

$$4^{\sin x} + 4^{\sin(\pi + x)} = \frac{5}{2}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

11. Точка D не лежит в плоскости равностороннего треугольника ABC. При этом $\cos(\angle DAB) = \cos(\angle DAC) = 0{,}3$.

а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC, если известно, что $AB = 6$.

12. Решите неравенство

$$\frac{\log_2(32x)-1}{\log_2^2 x-\log_2 x^5}\geq -1$$

13. 15-ого декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысячи рублей на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-ого числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-ого числа каждого месяца с 1-го по 12-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 13-го месяца кредит должен быть полностью погашен. Какой долг будет 15-го числа 12-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1134 тысячи рублей?

14. В треугольник *ABC* вписана окружность, которая касается *AB* в точке *P*. Точка M середина стороны *AB*.

а) Докажите, что $MP=\frac{|BC-AC|}{2}$.

б) Найдите углы треугольника *ABC*, если известно, что отрезок *MP* равен половине радиуса окружности вписанной в треугольник *ABC*, *BC* > *AC* и отрезки *MC* и *MA* равны.

15. При каких значениях параметра *a* система уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{xy^2-2xy-4y+8}{\sqrt{4-y}}=0\\ y=ax\end{cases},$$

имеет 3 различных решения.

16. Каждое из 4 последовательных натуральных чисел разделили на свою первую цифру. Пусть *S* сумма 4 получившихся чисел.

1) Может ли $S=41\frac{11}{24}$?
2) Может ли $S=569\frac{29}{72}$?
3) Какое наибольшее целое значение может принимать *S*, если известно, что 4 исходных числа не меньше 400 и не больше 999?